

BERECHNUNG DER WÄRMEÜBERTRAGUNG IN REGENERATOREN BEI ZEITLICH VERÄNDERLICHEM MENGENSTROM

H. HAUSEN

Technische Universität, Hannover, Germany

(Received 8 August 1969 and in revised form 22 December 1969)

Zusammenfassung—Un einem Hochofen "Wind" gleichbleibender Temperatur zuführen zu können, mischt man der aus den Winderhitzern mit veränderlicher Temperatur austretenden erwärmten Luft kalte Luft in wechselnder Menge zu. Die zeitliche Mengenänderung, die hierbei auch die durch den Winderhitzer strömende Luft erleidet, kann nach bekannten Verfahren berechnet werden. Da eine solche Art der Berechnung aber sehr umständlich ist, wird gezeigt, wie man aus dem Verlauf der Austrittstemperatur bei konstantem Luftstrom durch eine einfache Umrechnung auf die zeitliche Änderung der Menge und ihren Einfluss auf die Austrittstemperatur schliessen kann. Eine Abschätzung ist auch dann möglich, wenn nur die mittlere Temperaturdifferenz zwischen dem eintretenden Heizgas und der austretenden erwärmten Luft gegeben ist. Ist vor der erörterten Umrechnung nur der Verlauf der mittleren Steintemperatur bekannt, so kann man trotzdem recht genau den Verlauf der Gastemperatur einschliesslich ihrer raschen Änderung zu Beginn der Periode ermitteln.

BEZEICHNUNGEN

a ,	Temperaturleitzahl;	n_{gleich} ,	Wert von n bei $CT = C'T'$;
B ,	Koeffizient in Gleichung (12);	n_{ungleich} ,	zusätzlicher Betrag von n bei $CT \neq C'T'$;
c ,	spezifische Wärme des Gases;	t ,	Temperatur der Speichermasse;
C, C' ,	Wärmekapazität der in der Zeiteinheit strömenden Gasmenge in Kalt- bzw. Warmperiode;	t oder t_m ,	mittlere Temperatur der Speichermasse;
C_s ,	Wärmekapazität der Speichermasse eines Regenerators;	t_1 ,	am kalten Ende des Regenerators;
f ,	Funktion;	t_2 ,	am warmen Ende des Regenerators;
F ,	wärmeübertragende Fläche;	T ,	Dauer der Kaltperiode;
i ,	Enthalpie;	T' ,	Dauer der Warmperiode.
m ,	Menge, die vom Beginn der Periode bis zum betrachteten Zeitpunkt durch den Regenerator strömt;	Griechische Buchstaben	
\dot{m}	Gasstrom, in der Zeiteinheit strömende Gasmenge;	α ,	wahre Wärmeübergangszahl;
\dot{m}^* ,	Mengenstrom nach Mischen mit kalter Luft;	$\bar{\alpha}$,	auf die mittlere Steintemperatur bezogene Wärmeübergangszahl;
\bar{M} ,	Mittelwert von \dot{m} in der Kaltperiode (Windperiode);	β ,	Koeffizient in Gleichungen (13) und (14);
Q ,	übertragene Wärme;	η, η' ,	reduzierte (dimensionslose) Zeit nach Gleichung (9);
n ,	Koeffizient, kennzeichnet die Krümmung der Kurve;	γ ,	Abkürzung nach Gleichung (28);
		δ ,	Dicke der Steine;
		ϑ ,	Gastemperatur in der Kaltperiode;
		ϑ_1 ,	am kalten Ende des Regenerators, Eintritt des Gases (Luft, Wind);

ϑ_2 ,	am warmen Ende des Regenerators, Austritt des Gases;
$\bar{\vartheta}_2$,	Zeitlicher Mittelwert der Austrittstemperatur;
$\vartheta'_1, \vartheta'_2$,	Ein- und Austrittstemperatur in der Warmperiode;
ϑ^* ,	Temperatur nach Mischen mit kalter Luft;
λ_s ,	Wärmeleitfähigkeit der Steine;
Λ, Λ' ,	reduzierte (dimensionslose) Regeneratorlänge nach Gleichung (24) in Kalt- bzw. Warmperiode;
Π, Π' ,	dimensionslose (reduzierte) Periodendauer nach Gleichung (10);
σ ,	Verhältnis von Temperaturdifferenzen nach Gleichung (11);
τ ,	Zeit.
Indices	
A ,	Anfang der Kaltperiode;
E ,	Ende der Kaltperiode;
M ,	Mittelwert, gebildet über die Länge des Regenerators.

BEIM üblichen Betrieb der Regeneratoren treten infolge des periodischen Umschaltens die am Wärmeaustausch beteiligten Gase innerhalb jeder Periode mit zeitlich veränderlicher Temperatur aus. Für manche Zwecke, z.B. für Hochöfen, ist aber eine konstante Temperatur der hocheerhitzten Luft oder eines anderen Gases erwünscht. Bei den Winderhitzern der Hochöfen mischt man in der Regel dem möglichst hoch erhitzten "Wind" kalte Luft in zeitlich derart veränderlicher Menge zu, dass der Wind dem Hochofen mit konstanter Temperatur und in konstanter Menge zuströmt, vgl. [1-4]. Zu diesem Zweck muss nicht nur die Menge der zuzumischenden Luft, sondern auch die Luftmenge, die durch den Regenerator strömt, in jedem Augenblick geändert und entsprechend geregelt werden.

Alle bis vor kurzem bekannten Verfahren zur Berechnung der Wärmeübertragung in Regeneratoren sind unter der Voraussetzung konstanter Mengenströme entwickelt worden.

Neuerdings hat indessen Willmott [5] gezeigt, wie Regeneratoren auch bei zeitlich veränderlicher Gas- oder Luftmenge berechnet werden können. Er hat zu diesem Zweck ein schon früher von ihm veröffentlichtes Stufenverfahren so erweitert, dass auch die durch die Änderung des Mengenstroms verursachte Zeitabhängigkeit der Wärmeübergangszahl in die Rechnung eingeführt werden kann. Zu demselben Ziel führt ein vom Verfasser [6] angegebenes Stufenverfahren, wenn man in jeder Stufe den jeweiligen zeitlichen Mittelwert des Verhältnisses der Wärmeübergangszahl zur Wärmekapazität der in der Zeiteinheit strömenden Gasmenge benutzt.

Will man, was in der Regel erwünscht ist, den Beharrungszustand ermitteln, dann besteht bei Anwendung jedes der genannten Verfahren die Schwierigkeit, dass man die Zeitabhängigkeit des Mengenstromes zunächst nicht kennt. Wie Willmott a.a.O. [5] gezeigt hat, kann man von einer beliebigen Zeitabhängigkeit ausgehen. Jede Durchrechnung einer Periode ergibt eine verbesserte Zeitabhängigkeit, die man dann zweckmässig der Berechnung der nächstfolgenden Periode zugrundelegt. Bei diesem Vorgehen erhält man schliesslich mit dem Beharrungszustand auch die genaue Zeitabhängigkeit des Mengenstromes.

Wenn somit das Problem grundsätzlich gelöst ist, so bedeutet es doch eine Erleichterung und wesentliche Abkürzung der Rechnung zu wissen, dass man die zeitliche Änderung des Mengenstromes und der Temperatur der aus dem Regenerator austretenden Luft auch dann ausreichend genau ermitteln kann, wenn man die Berechnung vorher nur für einen konstanten Mengenstrom durchgeführt hat. Es soll daher nachstehend gezeigt werden

1. wie man aus der für konstanten Mengenstrom bekannten Austrittstemperatur durch einfache Umrechnung die zeitliche Änderung Mengenstromes und den dadurch beeinflussten zeitlichen Verlauf der Austrittstemperatur erhalten kann,

2. wie sich dieser zeitliche Ablauf auch dann mit guter Näherung abschätzen lässt, wenn nur der zeitliche Mittelwert der Austrittstemperatur der Luft bekannt ist.

1. UMRECHNUNG VON KONSTANTEM AUF EINEN ZEITLICH VERÄNDERLICHEN MENGENSTROM

Das zu schildernde Berechnungsverfahren beruht auf einer Überlegung, die der Verfasser schon in seiner bereits zitierten Veröffentlichung [6] angedeutet hat.

Durch irgend ein Berechnungsverfahren sei der zeitliche Verlauf der Austrittstemperatur ϑ_2 der im Regenerator erwärmten Luft oder eines anderen in ihm erwärmten Gases bei konstantem Mengenstrom ermittelt. Hierbei seien, abgesehen von der zeitlichen Veränderung des Mengenstromes dieselben Verhältnisse zu Grunde gelegt wie in dem interessierenden Fall. Auch sei hierbei mit den zeitlichen Mittelwerten des Mengenstromes und der Wärmeübergangszahl gerechnet.

Es soll nun die Möglichkeit einer Umrechnung des Verlaufs von ϑ_2 auf den Fall zeitlich veränderlichen Mengenstroms erörtert werden. Zu diesem Zweck soll zunächst gezeigt werden, dass das Verhältnis von übertragener Wärme und strömender Luftmenge von einer Änderung des Mengenstromes nur wenig beeinflusst wird und daher meist mit ausreichender Näherung als konstant betrachtet werden kann.

Die Gastemperatur werde mit ϑ , die augenblickliche mittlere Temperatur der Speichermasse in einem Regeneratorquerschnitt mit t bezeichnet. Die Wärmeübertragung werde mit einer auf diese mittlere Steintemperatur bezogenen Wärmeübergangszahl $\bar{\alpha}$ berechnet, die so definiert ist, dass sie neben dem Wärmeübergang auch die Wärmeleitung innerhalb der Steine im Zeitmittel gut zum Ausdruck bringt, vgl. [7] S. 330 Gleichung (514) oder [8] Gleichung (33). Dann genügt die in der betrachteten Periode in einer sehr kurzen Zeit $d\tau$ im Regenerator übertragene Wärme dQ der Gleichung

$$dQ = \bar{\alpha} F(t - \vartheta)_M d\tau = \dot{m}c d\tau(\vartheta_2 - \vartheta_1), \quad (1)$$

wenn F die wärmeübertragende Fläche, ϑ_1 die

Eintrittstemperatur, ϑ_2 wie oben die Austrittstemperatur und c die spezifische Wärme des Gases, $(t - \vartheta)_M$ den Mittelwert von $t - \vartheta$ über die gesammte Länge des Regenerators und $\dot{m} = dm/d\tau$ den augenblicklichen Mengenstrom bedeutet.

Sind $\bar{\alpha}$ und c längs des Regenerator nicht konstant, dann seien $\bar{\alpha}$ und c entsprechende Mittelwerte. Man erkennt aus Gleichung (1), dass das Verhältnis der in der Zeit $d\tau$ übertragenen Wärmemenge dQ zur strömenden Menge $\dot{m} \cdot d\tau$ bei gegebenen Temperaturen durch das Verhältnis $\bar{\alpha} : \dot{m}$ bestimmt ist.

Wie stark \dot{m} selbst sich ändern kann, geht aus einem Bericht von Kessels [1] über Messungen an einer grösseren Zahl von Winderhitzern und aus Rechnungsbeispielen von Willmott [2, 5] hervor. Hiernach betragen die am Anfang und Ende der Windperiode praktisch zu erwartenden Abweichungen des Luftstromes von seinem zeitlichen Mittelwert höchstens etwa ± 25 Prozent, meist aber liegen sie unter ± 10 Prozent. Die Wärmeübergangszahl ist etwa der 0,7 ten bis 0,8 ten Potenz der Strömungsgeschwindigkeit und damit auch des Mengenstromes proportional. Rechnet man mit dem Exponenten 0,75, dann ändert sich $\bar{\alpha}/\dot{m}$ bei einer Änderung des Mengenstromes \dot{m} im Verhältnis $(\dot{m})^{-0,25}$.

Legt man statt dieser geringen Veränderung von $\bar{\alpha}/\dot{m}$ einen konstanten Wert von $\bar{\alpha}/\dot{m}$ zugrunde, dann ergibt sich bei einer maximalen Abweichung des Mengenstromes von seinen Mittelwert um ± 25 Prozent für $\bar{\alpha}/\dot{m}$ ein Fehler von ∓ 6 bis 7 Prozent, bei einer Abweichung von ± 10 Prozent ein Fehler von $\mp 2,5$ Prozent. Dabei ist zu berücksichtigen, dass während des grössten Teils der Zeit die Fehler kleiner sind und in der zweiten Hälfte der betrachteten Periode das entgegengesetzte Vorzeichen haben wie in der ersten Hälfte.

Die Fehler sind daher im allgemeinen geringer als die Ungenauigkeit, mit der man die Wärmeübergangszahl kennt. Es erscheint daher berechtigt, im folgenden auch bei zeitlich veränderlichem Mengenstrom das Verhältnis $\bar{\alpha}/\dot{m}$ als konstant zu betrachten.

Es ist überdies zu berücksichtigen, dass obige Überlegungen streng genommen nur für die wahre Übergangszahl α gelten, während $\bar{\alpha}$ noch weniger stark von \dot{m} abhängt. Ausserdem wird, wie noch gezeigt wird, \dot{m} durch diese Fehler weit weniger beeinflusst als α und $\bar{\alpha}$.

Übergang von unveränderlichem zum zeitlich veränderlichen Mengenstrom

Wenn sich der Mengenstrom zeitlich ändert, ist ein anderer zeitlicher Verlauf der Austrittstemperatur ϑ_2 als bei konstantem Mengenstrom zu erwarten. Den geänderten Verlauf von ϑ_2 kann man auf Grund folgender Überlegung ermitteln.

Ist die Strömungsgeschwindigkeit und damit auch der Mengenstrom geringer, als dem zeitlichen Mittel in der Periode entspricht, dann verringert sich nahezu im gleichen Verhältnis die Wärmeübergangszahl. Das Verhältnis von Wärmeübertragung und strömender Menge ist daher, wie schon erörtert, nahezu konstant. Aber der Vorgang braucht dann mehr Zeit, da Strömung und Wärmeübertragung verlangsamt sind. Trotzdem entspricht nach diesen Überlegungen einer gegebenen Teilmenge, die die durch den Regenerator strömt, praktisch derselbe Betrag an übertragener Wärme und damit auch dieselbe Änderung von ϑ_2 . ϑ_2 wird damit von praktisch vernachlässigbaren Unterschieden abgesehen, eine eindeutige Funktion der Menge m , die vom Beginn der Periode bis zum betrachteten Zeitpunkt durch den Regenerator strömt. Diese Funktion ist unabhängig davon, ob der Mengenstrom sich zeitlich ändert oder nicht. Ist sie für konstanten Mengenstrom bekannt, dann kann man sie praktisch unverändert auf den Fall zeitlich veränderlichen Mengenstromes übertragen.

Die für den Beharrungszustand bei konstantem Mengenstrom bereits ermittelte zeitliche Änderung von ϑ_2 werde dargestellt durch einen Ausdruck der Art

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = f(\tau), \quad (2)$$

in dem ϑ_1 die konstante Eintrittstemperatur der Luft und f eine Funktion der Zeit τ bedeutet.

Ist der Mengenstrom \dot{m} konstant und gleich dem zeitlichen Mittelwert \bar{M} , rechnet man ferner die Zeit τ von Beginn der Periode an und ist m wie oben die zwischen Beginn der Periode und dem betrachteten Zeitpunkt strömende Menge, dann kann man setzen

$$\tau = \frac{m}{\bar{M}}, \quad (3)$$

da ja \bar{M} die in der Zeiteinheit im Mittel strömende Menge darstellt. Damit ergibt sich durch Einsetzen in Gleichung (2)

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = f\left(\frac{m}{\bar{M}}\right) \quad (4)$$

Nach den obigen Überlegungen gilt diese Gleichung auch bei zeitlich veränderlichen Mengenstrom, obwohl dann die Gleichungen (2) und (3) nicht mehr erfüllt sind.

Der veränderliche Mengenstrom $\dot{m} = dm/d\tau$ soll nach Verlassen des Regenerators mit einem Strom kalter Luft von der Temperatur ϑ_1 so gemischt werden, dass hierdurch ein konstanter Mengenstrom \dot{m}^* von einer vorgegebenen konstanten Temperatur ϑ^* entsteht, wie es z.B. für die Zufuhr heissen Windes zu einem Hochofen gewünscht wird. Nach der Mischungsregel gilt dann, sofern die spezifische Wärmekapazität unabhängig ist,

$$\dot{m}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1). \quad (5)$$

Durch Einsetzen von (4) in (5) folgt

$$\dot{m} f\left(\frac{\dot{m}}{\bar{M}}\right) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1)$$

und wegen $\dot{m} = dm/d\tau$ durch Integration von 0 bis m bzw. θ bis τ

$$\int_0^m f\left(\frac{m}{\bar{M}}\right) dm = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1) \cdot \tau$$

oder

$$\tau = \frac{\dot{M}}{\dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1)} \int_0^m f\left(\frac{m}{\dot{M}}\right) d\left(\frac{m}{\dot{M}}\right). \quad (6)$$

Nach diesen Gleichungen kann man $\vartheta_2 - \vartheta_1$ und \dot{m} abhängig von τ berechnen, indem man Werte von m/\dot{M} annimmt und dafür $\vartheta_2 - \vartheta_1$ aus Gleichung (4), \dot{m} aus Gleichung (5) und τ aus Gleichung (6) berechnet. Durch eine solche Rechnung dürfte die gesuchte zeitliche Änderung \dot{m} des Mengenstromes für praktische Fälle genau genug festgelegt sein.

Hängen die Stoffwerte von der Temperatur ab, dann erhält man, indem man die Temperaturen ϑ_1 , ϑ_2 und ϑ^* durch die entsprechenden Enthalpien i_1 , i_2 und i^* ersetzt, zunächst

$$i_2 - i_1 = F(\tau), \quad (2a)$$

wobei sich die Funktion $F(\tau)$ leicht aus $f(\tau)$ in Gleichung (2) bestimmen lässt. Da Gleichung (3) erhalten bleibt, geht Gleichung (4) über in

$$i_2 - i_1 = F\left(\frac{m}{\dot{M}}\right). \quad (4a)$$

Statt Gleichung (5) ist jetzt zu schreiben

$$\dot{m}(i_2 - i_1) = \dot{m}^*(i^* - i_1) \quad (5a)$$

und schliesslich statt Gleichung (6)

$$\tau = \frac{\dot{M}}{\dot{m}^*(i^* - i_1)} \int_0^m F\left(\frac{m}{\dot{M}}\right) d\left(\frac{m}{\dot{M}}\right). \quad (6a)$$

Fast immer wird es auf Grund von Berechnungsergebnissen, die bei konstantem Mengenstrom erhalten worden sind, gelingen, die Funktion $f(\tau)$ oder $F(\tau)$ in Gleichung (2) bzw. (2a) durch eine empirische Beziehung darzustellen. Bei geeigneter Wahl dieser Beziehung kann man dann das Integral in Gleichung (6) oder (6a) leicht auswerten.

Die Anwendung des beschriebenen Umrechnungsverfahrens wird am Ende des folgenden Abschnitts an einem einfachen Beispiel gezeigt werden.

Abschätzung und Korrektur des bei der Umrechnung begangenen Fehlers

Wenn auch das beschriebene Verfahren in den meisten Fällen ausreichend genau sein dürfte, wird es doch gelegentlich erwünscht sein, den Fehler abschätzen und das Ergebnis korrigieren zu können.

Es werde ein beliebiger Zeitpunkt betrachtet, für den nach der beschriebenen Umrechnung der Mengenstrom \dot{m} , die Austrittstemperatur ϑ_2 und wegen der Annahme $\bar{\alpha}/\dot{m} = \text{const.}$ auch $\bar{\alpha}$ bekannt ist. Durch die vorhergegangene Berechnung bei konstantem Mengenstrom seien überdies die Temperaturen t der Speichermasse im betrachteten Augenblick, insbesondere t_1 am kalten Regeneratorende und t_2 am warmen Ende festgelegt. Hierbei sei vorausgesetzt, dass auch die Zeitabhängigkeit von t in eine Abhängigkeit von $m/\dot{M}T$ übergeführt worden ist.

Auf den betrachteten Zeitpunkt werde Gleichung (1) angewendet und zur Vereinfachung die mittlere Temperaturdifferenz $(t - \vartheta)_M$ gleich dem arithmetischen Mittel aus den beiden Temperaturdifferenzen an den Regeneratorenden gesetzt, sodass gelte

$$(t - \vartheta)_M = \frac{1}{2} [(t_2 - \vartheta_2) + (t_1 - \vartheta_1)].$$

Hiermit geht Gleichung (1) über in

$$\bar{\alpha} F[(t_2 - \vartheta_2) + (t_1 - \vartheta_1)] = 2\dot{m}c(\vartheta_2 - \vartheta_1). \quad (7)$$

Bei Kenntnis von \dot{m} kann man aber nach einer zutreffenden Wärmeübergangsgleichung einen genaueren Wert von $\bar{\alpha}$ berechnen, der $\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$ genannt sei. Mit diesem Wert ergibt sich eine geänderte Austrittstemperatur $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$, die angenähert wie folgt bestimmt werden kann. Man setze in Gleichung (7) $\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$ anstelle von $\bar{\alpha}$ und $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$ anstelle von ϑ_2 ein. Eliminiert man schliesslich aus der neuen Gleichung und der ursprünglichen Gleichung (7) den Ausdruck $F/2\dot{m}c$, dann ergibt sich

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}}(t_2 + t_1 - \vartheta_2 - \vartheta_1)}{\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} + \frac{t_2 + t_1 - 2\vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}}. \quad (8)$$

Mit Hilfe dieser Beziehung kann man $\Delta\vartheta_2$ für verschiedene Zeitpunkte der betrachteten Periode berechnen, sodass damit $\Delta\vartheta_2$ als Funktion $m/\dot{M}T$ festgelegt wird.

Hiermit wird ein Urteil über die Grösse der mit der Umrechnung begangenen Fehler gewonnen. Man kann aber auch die erhaltenen Werte von $\Delta\vartheta_2$ zu ϑ_2 hinzuaddieren, um so ϑ_2 zu korrigieren. Mit diesen korrigierten Werten liefert dann Gleichung (5) auch verbesserte Werte von \dot{m} .

Als Beispiel werde für den Anfang der Windperiode $t_2 = 980^\circ$, $\vartheta_2 = 900^\circ$, $t_1 = 110^\circ$, $\vartheta_1 = 50^\circ$ gesetzt und angenommen, dass $\Delta\bar{\alpha}$ entsprechend dem oben erörterten ungünstigsten Fall 7 Prozent von $\bar{\alpha}$ betrage.

Mit $\Delta\bar{\alpha}/\bar{\alpha} = 0,07$ wird bei den angegebenen Temperaturen nach Gleichung (8) $\Delta\vartheta_2 = 7,9^\circ$. Hingegen erniedrigt sich hierbei nach Gleichung (5) der Wert von \dot{m} nur um 1 Prozent. Man erkennt hieraus, dass durch die beschriebene einfache Umrechnung der zeitliche Verlauf \dot{m} in allen praktischen Fällen sehr genau erhalten wird.

Die Verwendung des arithmetischen Mittels in Gleichung (7) für die mittlere Temperaturdifferenz dürfte unbedenklich sein, weil hierdurch bei den beiden verglichenen Fällen mit $\bar{\alpha}$ und $\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$ nahezu dieselbe Ungenauigkeit begangen wird. Die Rechnung kann sinngemäss auch mit den logarithmischen Mittelwerten durchgeführt werden, was umständlicher ist und wegen der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte und der Wärmeübergangszahl auch nicht vollkommen exakt ist. Dass überdies bei obiger Betrachtung eine sehr geringe Beeinflussung der Temperatur t der Speichermasse durch die Änderung von $\bar{\alpha}$ nicht berücksichtigt wird, dürfte kaum von Bedeutung sein.

2. ABSCHÄTZUNG DER ZEITLICHEN ÄNDERUNG DER AUSTRITTSTEMPERATUR ϑ_2 UND DES MENGENSTROMES \dot{m} , WENN NUR DER MITTELWERT DER AUSTRITTSTEMPERATUR BEKANNT IST

Wenn in einem Regenerator die Wärmekapazität der Speichermasse und ihre wärme-

übertragende Oberfläche, die Wärmekapazitäten der durch den Regenerator strömenden Gas-mengen, ihre als zeitlich konstant betrachteten Eintrittstemperaturen ϑ_1 und ϑ'_1 , die Dauer T der Luftperiode (Kaltperiode) und T' der Gasperiode (Warmperiode) sowie die auf die mittlere Speichermassentemperatur bezogenen Wärmeübergangszahlen $\bar{\alpha}$ und $\bar{\alpha}'$ bekannt sind, kann man nach bekannten Verfahren den zeitlichen Mittelwert $\bar{\vartheta}_2$ der Austrittstemperatur ϑ_2 der Luft berechnen. Rechnet man durchweg mit zeitlichen Mittelwerten aller Temperaturen, dann kann man diese Rechnung im wesentlichen wie in einem Rekuperator durchführen, was bei konstanten Stoffwerten und Wärmeübergangszahlen sehr einfach, aber auch bei temperaturabhängigen Stoffwerten und Wärmeübergangszahlen möglich ist. Bei genauer Durchführung einer solchen Rechnung muss man jedoch berücksichtigen, dass bei gleichen Wärmeübergangszahlen die Wärmedurchgangszahl k in einem Regenerator etwas geringer ist als in einem Rekuperator. Das hierfür massgebende Verhältnis k/k_0 kann einem vom Verfasser angegebenen Diagramm* entnommen werden. Hierbei ist vorausgesetzt, dass man die Wärmedurchgangszahl bei Regeneratoren sinngemäss ebenso definiert wie bei Rekuperatoren. Benutzt man hingegen die Definition von Rummel,† dann ist k bei Regeneratoren für $T = T'$ noch um den Faktor 2 kleiner.

Nach derartigen Berechnungen, die hier nicht näher erörtert werden sollen, sei neben der vorgegebenen Eintrittstemperatur ϑ'_1 des heissen Gases der zeitliche Mittelwert $\bar{\vartheta}_2$ der Luftaustrittstemperatur bekannt. Am warmen Ende des Regenerators verlaufen dann die Temperaturen ϑ'_1 und ϑ_2 des Gases und der Luft und die Temperaturen t und t' der Speichermasse grundsätzlich wie in Abb. 1. Dabei ist als Abszisse die Zeit in der Kaltperiode nach

* H. Hausen [7] S. 284, Abb. 140; und H. Hausen [8] S. 42, Abb. 31.

† K. Rummel [9]; und H. Hausen [7] S. 282.

rechts, in der Warmperiode nach links aufgetragen und zwar, wenn nötig, in unterschiedlichem Mass-stab, damit die Periodendauern T und T' durch gleich lange

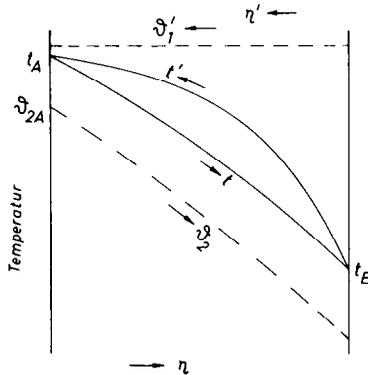


ABB. 1. Zeitlicher Temperaturverlauf am warmen Ende des Regenerators.
 t und t' Temperaturen der Speichermasse.
 ϑ_1 und ϑ_2 Temperaturen von Gas und Luft.
 η und η' reduzierte Zeiten.

waagerechte Strecken dargestellt werden. t_A und t_E sind die Temperaturen der Speichermasse jeweils im Augenblick des Umschaltens, also zu Anfang und Ende der Kaltperiode. Zur Vereinfachung der nachstehenden Erörterungen werde nicht mit der wahren Zeit τ , sondern mit den reduzierten Zeiten

$$\eta = \frac{\bar{\alpha} \cdot \Delta F}{\Delta C_s} \cdot \tau \quad \text{und} \quad \eta' = \frac{\bar{\alpha}' \cdot \Delta F}{\Delta C_s} \cdot \tau \quad (9)$$

gerechnet. Hierbei sei ΔF die Oberfläche und ΔC_s die Wärmekapazität der Speichermasse in einem kurzen Stück des Regenerators, das sich an dessen warmem Ende befindet. Es sei angenommen, dass $\bar{\alpha} \cdot \Delta F / \Delta C_s$ und $\bar{\alpha}' \Delta F / \Delta C_s$ während der jeweiligen Periode konstant sind. Ist dies nicht der Fall, dann kann die weitere Rechnung sinngemäß ebenso durchgeführt werden wie im folgenden, wenn auch auf verwickelterem Wege. Den Gleichungen (9) entsprechen die reduzierten Periodendauern

$$\Pi = \frac{\bar{\alpha} \cdot \Delta F}{\Delta C_s} T \quad \text{und} \quad \Pi' = \frac{\bar{\alpha}' \cdot \Delta F}{\Delta C_s} T' \quad (10)$$

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich zunächst das Verhältnis σ der Temperaturdifferenzen $\vartheta'_1 - t_E$ und $\vartheta'_1 - t_A$ (Abb. 1) mit Hilfe der Differentialgleichung

$$t' + \frac{\partial t'}{\partial \eta'} = \vartheta'_1 = \text{const.}$$

bestimmen. Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\vartheta'_1 - t' = (\vartheta'_1 - t_E) e^{-\eta'}$$

Damit ergibt sich für das Ende der Warmperiode mit $\eta' = \Pi'$

$$\sigma = \frac{\vartheta'_1 - t_E}{\vartheta'_1 - t_A} = e^{+\Pi'} \quad (11)$$

Somit kann man σ für die weiteren Rechnungen als bekannt voraussetzen.

Aus früheren Rechnungen* geht hervor, dass unter den in Winderhitzern herrschenden Bedingungen bei konstantem Mengenstrom die Temperaturen t und ϑ_2 am warmen Ende des Regenerators fast geradlinig verlaufen, also in Abb. 1 durch schwach gekrümmte Kurven dargestellt werden. Man kann daher Ansätze folgender Art machen

$$\vartheta'_1 - \vartheta_2 = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \left[1 + B \left(\frac{\eta}{\Pi} \right)^n \right] \quad (12)$$

oder

$$\begin{aligned} \vartheta'_1 - \vartheta_2 &= \\ &= (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \left[1 + \frac{\beta}{2n} (e^{2n(\eta/\Pi)} - 1) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

worin ϑ_{2A} den Wert von ϑ_2 zu Beginn der Kaltperiode, B oder β Konstanten und der jeweilige Wert von n ein Mass für die Krümmung der Kurve darstellt. Wir wollen voraussetzen, dass dieses Mass der Krümmung n bekannt ist. Da n klein ist, kann man die Exponentialfunktion in Gleichung (13) durch die ersten Glieder ihrer Reihenentwicklung

* Vgl.z.B. H. Hausen [7] S. 355 Abb. 170 u. [10] S. 253 Abb. 11.

ersetzen. Man erhält damit die Beziehung

$$\vartheta'_1 - \vartheta_2 = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \times \left\{ 1 + \beta \left[\left(\frac{\eta}{\Pi} \right) + n \left(\frac{\eta}{\Pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (14)$$

Eine solche Gleichung dürfte meist genügen, wenn man den zeitlichen Verlauf von ϑ_2 mit den Werten von $\bar{\alpha}$ und $\bar{\alpha}'$ ermittelt. Rechnet man hingegen mit den auf die Steinoberfläche bezogenen wahren Wärmeübergangszahlen α und α' , dann überlagert sich dem einfachen Kurvenverlauf nach Gleichung (14) eine rasch abklingende Änderung von ϑ_2 zu Beginn der Periode.† Auch diese rasche Änderung dürfte sich angenähert durch einen empirischen Ansatz berücksichtigen lassen, z.B. folgender Art:

$$\vartheta'_1 - \vartheta_2 = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \times \left\{ (1 + \varepsilon) - \varepsilon \cdot e^{-r(\eta, m)} + \beta \left[\left(\frac{\eta}{\Pi} \right) + n \left(\frac{\eta}{\Pi} \right)^2 \right] \right\} \quad (15)$$

worin ε und r zusätzliche Konstanten bedeuten. Unter Umständen muss man hierbei eine Reihe von Exponentialfunktionen verwenden, wie aus der genaueren Berechnung von ϑ_2 nach den späteren Gleichungen (32) und (33) hervorgeht.

Den weiteren Betrachtungen wollen wir die einfache Gleichung (14) zugrundelegen und dabei mit $\bar{\alpha}$ and $\bar{\alpha}'$ rechnen. Es handelt sich nun darum, in dieser Gleichung den Werte von β mit Hilfe des durch Gleichung (11) festgelegten Wertes von σ zu ermitteln. Dazu muss zunächst der zeitliche Verlauf der Temperatur t der Speichermasse in der Kaltperiode gesucht werden, vgl. Abb. 1.

Den Gleichung (14) entsprechenden Verlauf von t findet man durch Lösen der Differentialgleichung

$$t + \frac{\partial t}{\eta} = \vartheta = \vartheta_2,$$

Als partikuläre Lösung erhält man

$$\frac{\vartheta'_1 - t}{\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}} = 1 + \beta \times \left[\left(1 - \frac{2n}{\Pi} \right) \cdot \frac{\eta - 1}{\Pi} + n \left(\frac{\eta}{\Pi} \right)^2 \right] \quad (16)$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich mit $\eta = 0$ ein Ausdruck für $\vartheta'_1 - t_A$ und mit $\eta = \Pi$ ein Ausdruck für $\vartheta'_1 - t_E$. Setzt man diese beiden Ausdrücke in Gleichung (11) ein und löst man nach β auf, dann erkennt man, dass β bestimmt ist durch die Beziehung

$$\beta = \frac{(\sigma - 1)}{\left(1 - \frac{2n}{\Pi} \right) \left(1 + \frac{\sigma - 1}{\Pi} \right) + n} \quad (17)$$

Um schliesslich noch die letzte Unbekannte ϑ_{2A} oder $\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}$ zu finden, muss man berücksichtigen, dass die bereits als bekannt vorausgesetzte Temperatur $\bar{\vartheta}_2$ den zeitlichen Mittelwert der Austrittstemperatur ϑ_2 darstellt, dass also gilt:

$$\vartheta'_1 - \bar{\vartheta}_2 = \frac{1}{\Pi} \int_0^{\Pi} (\vartheta'_1 - \vartheta_2) d\eta.$$

Führt man entsprechend die Integration über die rechte Seite von Gleichung (14) durch, dann ergibt sich:

$$\vartheta'_1 - \vartheta_{2A} = \frac{\vartheta'_1 - \bar{\vartheta}_2}{1 + \beta \left(\frac{1}{2} + \frac{n}{3} \right)} \quad (18)$$

Mit den Werten von β und $\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}$ sowie mit dem angenommenen Mass n der Krümmung ist nunmehr der zeitliche Verlauf der Austrittstemperatur ϑ_2 der im Regenerator erhitzten Luft unter der Voraussetzung festgelegt, dass der Mengenstrom zeitlich konstant ist.

Anwendung auf den zeitlich veränderlichen Mengenstrom

Wie eingangs erörtert, bringt Gleichung (14) oder eine der anderen Gleichungen (12) bis (15) bei zeitlich veränderlichem Mengenstrom die

† Vgl.z.B. H. Hausen [7] S. 314, Abb. 152 u. [8] S. 35 Abb. 9 bis 12.

Zeitabhängigkeit von ϑ_2 nicht mehr richtig zum Ausdruck. Man muss dann vielmehr die Zeit τ durch m/\dot{M} oder entsprechend η/Π durch $m/\dot{M}T$ ersetzen. Damit geht Gleichung (14) über in

$$\vartheta'_1 - \vartheta_2 = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \times \left\{ 1 + \beta \left[\left(\frac{m}{\dot{M}T} \right) + n \left(\frac{m}{\dot{M}T} \right)^2 \right] \right\} \quad (19)$$

Die wahre Zeit τ ist dann wie früher durch die Beziehung

$$\dot{m}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1) \quad (20)$$

bestimmt, die umgeformt werden kann in

$$(\vartheta_2 - \vartheta_1) dm = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1) d\tau.$$

Nach Einsetzen von ϑ_2 nach Gleichung (19) führt die Integration der letzten Beziehung zu

$$\frac{\tau}{T} = \frac{\dot{M}}{\dot{m}^*} \left\{ \frac{\vartheta_{2A} - \vartheta_1}{\vartheta^* - \vartheta_1} \frac{m}{\dot{M}T} - \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}}{\vartheta^* - \vartheta_1} \times \beta \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\dot{M}T} \right)^2 + \frac{n}{3} \left(\frac{m}{\dot{M}T} \right)^3 \right] \right\} \quad (21)$$

Mit m , der Menge, die vom Anfang der Periode bis zum betrachteten Zeitpunkt durch den Regenerator geströmt ist, als Parameter, ist nun ϑ_2 als Funktion der wahren Zeit τ festgelegt. Gleichung (20) bestimmt damit schliesslich auch den zeitlichen Verlauf des Mengenstromes \dot{m} . Der Mengenstrom der kalten Luft, die der aus dem Regenerator austretenden Luft zuzumischen ist, beträgt in jedem Augenblick $\dot{m}^* - \dot{m}$.

Damit ist der Weg gezeigt, wie man auch ohne gesonderte Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Wärmeübergangszahl die zeitliche Änderung der Austrittstemperatur ϑ_2 und des Mengenstromes \dot{m} meist genau genug berechnen kann.

Einen unter Umständen nützlichen Zusammenhang zwischen \dot{M} und \dot{m}^* erhält man, wenn man Gleichung (21) auf das Ende der Periode anwendet, indem man $\tau = T$ und

$m = \dot{M}T$ setzt. Man erhält so die Beziehung

$$\frac{\dot{m}^*}{\dot{M}} = \frac{\vartheta_{2A} - \vartheta_1}{\vartheta^* - \vartheta_1} - \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}}{\vartheta^* - \vartheta_1} \beta \left(\frac{1}{2} + \frac{n}{3} \right). \quad (22)$$

Denn mit dieser Gleichung kann man \dot{M} von vornherein berechnen.

Abschätzung des Krümmungsfaktors n in Gleichung (14)

Zur Anwendung des zuletzt beschriebenen Verfahrens ist es erwünscht, den in Gleichung (14) auftretenden Krümmungsfaktor n von vornherein abschätzen zu können. Man kann ihn sich aus zwei Teilen zusammengesetzt denken:

1. dem Anteil n_{gleich} , der bei $CT = C'T'$ zutrifft,
2. dem Anteil n_{ungleich} , der auf die Ungleichheit von CT und $C'T'$ zurückzuführen ist.

Hiernach soll gelten

$$n = n_{\text{gleich}} + n_{\text{ungleich}}. \quad (23)$$

Anhaltspunkte für die Grösse beider Anteile liefern neben einigen theoretischen Überlegungen noch unveröffentlichte Berechnungsergebnisse, die E. Schellmann* mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine nach dem vom Verfasser [6] entwickelten Differenzenverfahren gewonnen hat.

Die von Schellmann für $CT = C'T'$ berechneten Werte sind durch die Punkte in Abb. 2 dargestellt, in der $n = n_{\text{gleich}}$ abhängig von der reduzierten Periodendauer $\Pi = \Pi'$ aufgetragen ist. Diese Berechnungen erstreckten sich bis $\Pi = \Pi' = 6$. Sie wurden bei den reduzierten Regeneratorlängen $A = A' = 10$ und $A = A' = 20$ durchgeführt, wobei A und A' definiert sind durch

$$A = \frac{\bar{\alpha}F}{C} \quad \text{und} \quad A' = \frac{\bar{\alpha}'F}{C'}. \quad (24)$$

Man sieht, dass n_{gleich} nicht von A und A'

* Assistent am Institut für Thermodynamik und Verfahrenstechnik der Technischen Universität Hannover, jetzt Bayerwerke Leverkusen.

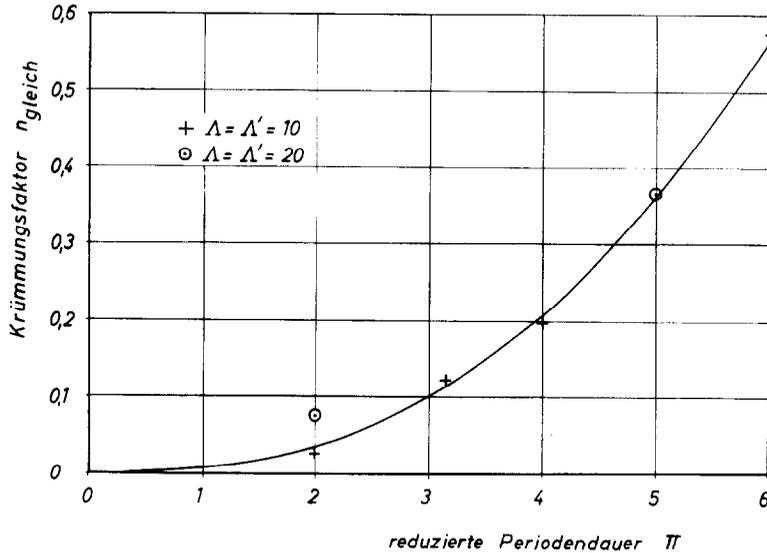


ABB. 2. Zur Abschätzung des Krümmungsfaktors n_{gleich} abhängig von der reduzierten Periodendauer Π , die Punkte geben genau berechnete Werte wieder, die Kurve ist nach Gleichung (25) berechnet.

abhängt. Dies ist auch theoretisch nicht zu erwarten, solange etwa $\Pi \leq \frac{1}{3} \Lambda$ ist. Die Punkte in Abb. 2 lassen sich gut durch die Kurve wiedergeben, die nach der Gleichung

$$n_{\text{gleich}} = 0,0065 \Pi^{2,5} \quad (25)$$

ingezeichnet ist. Nach Gleichung (25) lässt sich hiernach n_{gleich} leicht berechnen. Will man bei $\Pi \neq \Pi'$ den Wert von n'_{gleich} auch für die Periode von der reduzierten Dauer Π' ermitteln, dann erscheint es als sinnvoll, in Gleichung (25) Π' statt Π einzusetzen.

Einen theoretischen Anhaltspunkt für n_{ungleich} liefert die in der Regeneratortheorie auftretende nullte Eigenfunktion für $CT \neq C'T'$, die in dem Buch des Verfassers [7] S. 341 als Gleichung (546) angegeben ist. Nach dieser Gleichung ist der Faktor

$$\exp \left[- \left(\frac{\Lambda'}{\Lambda} - \frac{\Pi'}{\Pi} \right) \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \cdot \eta \right] \quad (26)$$

für den zeitlichen Verlauf massgebend. Wenn auch die nullte Eigenfunktion allein den Temperaturverlauf an den Regeneratorenenden

nicht vollständig darzustellen vermag, so kann man doch annehmen, dass der zeitliche Verlauf der Austrittstemperatur ϑ_2 in erster Näherung ebenso gekrümmt ist wie nach der nullten Eigenfunktion. Als Begründung kann man anführen, dass in einem grossen Teil des Regenerators bis an das Austrittsende hin der Temperaturverlauf in der Längsrichtung sich zeitlich so ändert, dass die Temperaturkurven zu verschiedenen Zeiten innerhalb der betrachteten Periode durch Parallelverschiebung in der Längsrichtung auseinander hervorgehen.* Es leuchtet ein, dass bei einer solchen Parallelverschiebung die Krümmung des zeitlichen Temperaturverlaufs bis an das Regeneratorende angenähert erhalten bleibt. Genau ist dies allerdings nicht zu erwarten wegen des gegen das Regeneratorende hin merklich werdenden Einflusses der höheren Eigenfunktionen.

Mit der gemachten Annahme lässt sich

* Diese Parallelverschiebung wird für die nullte Eigenfunktion in [7] S. 341 erläutert. Allgemeiner lässt sie sich durch das in [7] S. 382 und 383 an Abb. 181 oder in [11] S. 64 an Abb. 4 erörterte Stufenverfahren begründen.

n_{ungleich} aus der nullten Eigenfunktion wie folgt ermitteln. Durch Einsetzen von A, A', Π und Π' nach den Gleichungen (24) und (10) lässt sich der Exponent des Ausdrucks (26) bei $\Delta F/\Delta C_s = F/C_s$ umformen in

$$\gamma \cdot \frac{\eta}{\Pi} \quad (27)$$

mit

$$\gamma = \frac{A\Pi' - A'\Pi}{A + A'} = \frac{C'T' - CT}{\frac{C'}{\bar{\alpha}'} + \frac{C}{\bar{\alpha}}} \cdot \frac{F}{C_s} \quad (28)$$

Den Ausdruck (26) kann man unter Berücksichtigung der ersten Glieder einer Reihenentwicklung in die Gestalt bringen

$$\exp \gamma \frac{\eta}{\Pi} = 1 + \gamma \left[\left(\frac{\eta}{\Pi} \right) + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\eta}{\Pi} \right)^2 \right] \quad (29)$$

Ein Vergleich des Klammerausdrucks in Gleichung (29) mit dem entsprechenden Klammerausdruck in Gleichung (14) zeigt, dass

$$n_{\text{ungleich}} = \frac{\gamma}{2} \quad (30)$$

gesetzt werden kann.

Während n_{gleich} für beide Perioden stets positiv ist, hat n_{ungleich} für beide Perioden denselben Absolutwert, aber verschiedene Vorzeichen da CT und $C'T'$ zu vertauschen sind.

Aufgrund dieser Überlegungen kann man somit den gesuchten Krümmungsfaktor n nach den Gleichungen (23), (25), (28) und (30) annähert ermitteln. Die gestrichelten Linien in Abb. 3 stellen nach diesem Näherungsverfahren für $\Pi' = 1,5 \Pi$ und $A = A'$ berechnete Werte von n abhängig von Π und für die andere Periode ermittelte Werte von $-n'$ abhängig von Π' dar. n' selbst ist negativ. Die ausgezogenen Linien hingegen geben Werte von n und $-n'$ wieder, die E. Schellmann für dieselben Verhältnisse bei $A = A' = 12$ durch eine genaue elektronische Berechnung des zeitlichen Verlaufs der Austrittstemperaturen in beiden Perioden gewonnen hat. Man erkennt hieraus, dass die

angegebenen Gleichungen eine brauchbare Abschätzung von n und n' in vielen praktischen Fällen ermöglichen. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass das Verhältnis $\Pi'/\Pi = 1,5$ einen

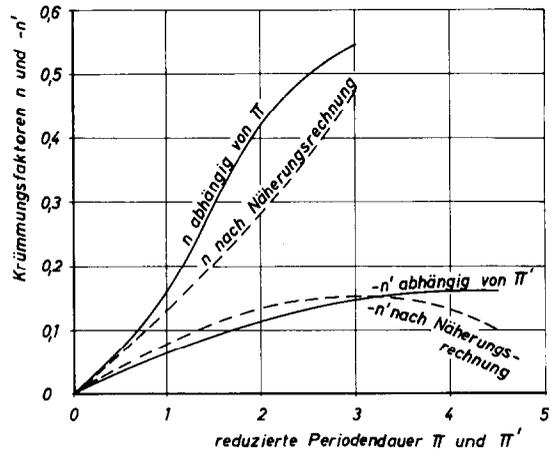


ABB. 3. Krümmungsfaktor n abhängig von Π und $-n'$ abhängig von Π' bei $\Pi' = 1,5 \Pi$.

Ausgezogene Kurven genau berechnet, gestrichelte Kurven näherungsweise ermittelt nach den Gleichungen (23), (25), (28) und (30).

extremen Fall darstellt und bei geringeren Abweichungen zwischen Π' und Π auch geringere Unterschiede zwischen den näherungsweise und genau berechneten Kurven zu erwarten sind.

Unter Benutzung dieser und der vorangehenden Beziehungen wurde auch das Beispiel nachgerechnet, das Willmott in seiner Veröffentlichung [5] S. 1113 und 1114 als Fall 2 angegeben hat. Es ergab sich hierbei rund $n = 0,1$. Hiermit konnte die Kurve in Fig. 8 von Willmott für Fall 2 einschliesslich ihrer Krümmung recht gut wiedergegeben werden.

Genauere Berechnung des zeitlichen Verlaufs der Gastemperatur mit Hilfe der wahren Wärmeübergangszahl α

Mit Hilfe der auf die mittlere Steintemperatur $t = t_m$ bezogenen Wärmeübergangszahl $\bar{\alpha}$ kann man zwar den zeitlichen Verlauf von t_m an jeder

Stelle des Regenerators für praktische Fälle fast stets genau genug berechnen. Ermittelt man aber mit Hilfe von $\bar{\alpha}$ auch den zeitlichen Verlauf der Gastemperatur ϑ , dann ist das

nach

$$\vartheta - t_0 = \frac{\rho c \delta}{2\alpha} \cdot \frac{dt_m}{d\tau}, \tag{31}$$

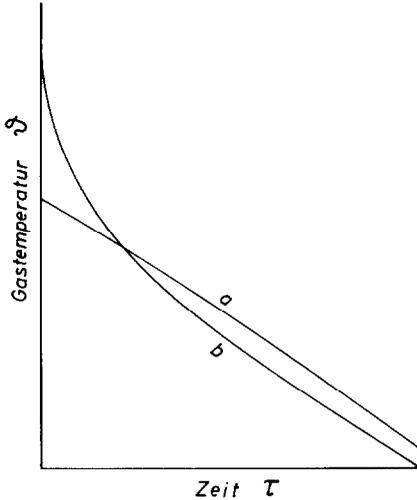


ABB. 4. Zeitlicher Verlauf der Gastemperatur (schematisch) in der Kaltperiode.
(a) berechnet mit $\bar{\alpha}$.
(b) berechnet mit α .

Ergebnis zwar im Zeitmittel richtig, es bringt aber nicht die in Wirklichkeit vorhandene rasche Temperaturänderung zu Anfang der Periode zum Ausdruck, wie sie in Abb. 4 durch Kurve *b* grundsätzlich dargestellt ist (vgl. auch Abb. 1). Kennt man den zeitlichen Verlauf von t_m , z.B. nach Berechnung mit $\bar{\alpha}$, dann kann man den der Kurve *b* entsprechenden Verlauf von ϑ mit Hilfe der wahren Wärmeübergangszahl α mit guter Näherung wie folgt berechnen.

Besteht die Speichermasse aus ebenen Platten von der Dicke δ und von einem Material der Dichte ρ und der spezifischen Wärme c , dann wird durch die Oberfläche ΔF eines Speicherelements in der Zeit $d\tau$ die Wärmemenge

$$dQ = \rho c \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \Delta F \cdot dt_m = \alpha \cdot \Delta F (\vartheta - t_0) \cdot d\tau$$

übertragen, wenn t_0 die Oberflächentemperatur des Speichermassenelements bedeutet. Da hier-

kann die Differenz $\vartheta - t_0$ zu jeder Zeit aus dem zeitlichen Verlauf von t_m ermittelt werden.

Um die Gastemperatur selbst zu erhalten, muss man zuvor den zeitlichen Verlauf von t_0 festlegen. Hierzu kann folgendes Verfahren dienen, das bei linearem zeitlichen Verlauf von t_m exakt gilt, aber auch bei gekrümmtem Verlauf angenähert anwendbar bleibt. Dies trifft für die Stelle des Gasaustritts umso mehr zu, als hier nach obigen Überlegungen (vgl. Abb. 1) nur eine geringe Krümmung des Verlaufs von $t = t_m$ zu erwarten ist.

Nach [7] S. 310, Gleichung (468) oder [8] S. 34, Gleichung (18)* ergibt sich für die Oberflächentemperatur t_0 (mit $y = 0$)

$$t_0 = t_m + \frac{\alpha \delta}{\lambda_s} (\vartheta - t_0) \left[\frac{1}{6} - \psi \right] \tag{32}$$

mit der Zeitfunktion

$$\psi = \frac{T + T'}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \times \frac{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a T' \right]}{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a (T + T') \right]} \times \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a \tau \right], \tag{33}$$

worin π die Zahl 3,14159 ..., λ_s und a die Wärmeleitfähigkeit und Temperaturleitzahl des Speichermaterials bedeuten. Indem man $(\vartheta - t_0)$ aus Gleichung (31) in Gleichung (32) einsetzt und $\vartheta - t_0$ zu dem nach Gleichung (32) und (33) erhaltenen Wert von t_0 hinzuaddiert, erhält man die gesuchte Gastemperatur ϑ abhängig von der Zeit τ .

* Dort haben t und τ die umgekehrte Bedeutung.

Diese Rechnung kann aufgrund folgender Überlegung noch etwas verbessert werden. Führt man sie nämlich nicht nur für die Kaltperiode mit den Steintemperaturen t_m und t_0 , sondern auch für die Warmperiode mit den entsprechenden Temperaturen t'_m und t'_0 durch, dann wird bei nicht linearem Verlauf von t_m und t'_m die für jede Umschaltung geltende Bedingung $t_0 = t'_0$ nicht genau erfüllt sein.

Um diese Bedingung genau erfüllen zu können, setzen wir anstelle von Gleichung (32) mit einem Korrekturfaktor ε

$$t_0 = t_m + \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - t_0) \left[\frac{1}{6} - \varepsilon\psi \right] \quad (34)$$

und entsprechend für die Warmperiode

$$t'_0 = t'_m + \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta' - t'_0) \left[\frac{1}{6} - \varepsilon'\psi' \right]. \quad (35)$$

Kennzeichnet man den Anfang jeder dieser Perioden mit dem Index A, ihr Ende mit dem Index E, dann liefert die Bedingung $t_0 = t'_0$, da beim Umschalten auch $t_m = t'_m$ ist, für den Anfang der Kaltperiode

$$(\vartheta - t_0)_A \left[\frac{1}{6} - \varepsilon\psi_A \right] = (\vartheta' - t'_0)_E \left[\frac{1}{6} - \varepsilon'\psi'_E \right] \quad (36)$$

und für den Anfang der Warmperiode

$$(\vartheta - t_0)_E \left[\frac{1}{6} - \varepsilon\psi_E \right] = (\vartheta' - t'_0)_A \left[\frac{1}{6} - \varepsilon'\psi'_A \right]. \quad (37)$$

Durch Auflösen dieser beiden linearen Gleichungen kann man die Korrekturfaktoren ε und ε' bestimmen und zwar am einfachsten, indem man zuvor die Zahlenwerte aller anderen Größen einsetzt. Nach Kenntnis von ε kann man t_0 und damit auch ϑ nach Gl. (34) in derselben Weise berechnen, wie es für Gleichung (32) beschrieben worden ist.

In entsprechender Weise kann man vorgehen, wenn die Speichermasse aus zylindrischen oder kugelförmigen Elementen aufgebaut ist. Anstelle von Gleichungen (32) und (33) treten dann die Gleichungen (459a) bis (466b) des Buches [7].

Der auf dem beschriebenen Wege genauer als mit $\bar{\alpha}$ erhaltene zeitliche Verlauf der Gastemperatur ϑ , insbesondere der Austritts-

temperatur ϑ_2 gilt zunächst für konstanten Mengenstrom. Auf zeitlich veränderlichen Mengenstrom kann dieser Verlauf nach dem eingangs erwähnten Verfahren umgerechnet werden.

Mit praktisch beliebig hoher Genauigkeit kann der zeitliche Verlauf der Gastemperatur nach erst kürzlich bekannt gewordenen Verfahren [12–14] berechnet werden. Solche Rechnungen sind jedoch selbst auf grossen elektronischen Rechnern sehr mühsam, sodass man meist darauf verzichten wird.

Praktische Bedeutung der vereinfachten Berechnung von ϑ_2 bei veränderlichem Mengenstrom.

In den meisten praktischen Fällen dürfte das eingangs geschilderte Verfahren ausreichende Ergebnisse liefern, namentlich, wenn die zeitliche Änderung der Austrittstemperatur ϑ_2 bei konstantem Mengenstrom von vornherein bekannt ist. Zugleich gewinnt man hierdurch einen guten Einblick in die zu erwartenden Verhältnisse. Reicht aber die Genauigkeit nicht aus, dann kann ein solches Ergebnis als Ausgangspunkt für genauere Berechnungsverfahren nach [5] und besonders nach [12] und [14] dienen. Die Zahl der danach noch durchzurechnenden Perioden wird verringert im Vergleich zu dem Fall, dass man sofort mit einer der genaueren Methoden beginnt.

LITERATUR

1. K. KESSELS, Ergebnisse der Untersuchung von Hochofenwinderhitzern, *Stahl und Eisen* **75**, 958–1119 (1955).
2. A. J. WILLMOTT, Operation of Cowper stoves under conditions of variable flow, *J. Iron Steel Inst.* **206**, 33–38 (1968).
3. K. LOSKE und B. WIEZORKE, Ergebnisse bei der Anwendung eines mathematischen Winderhitzer-Modells, *Archiv Eisenhüttenwesen* **39**, 265–272 (1968).
4. E. E. HOFMANN und A. KAPPELMAYER, Strömungstechnische Modellversuche an einem Winderhitzer, *Archiv Eisenhüttenwesen* **40**, 311–322 (1969).
5. A. J. WILLMOTT, Simulation of a thermal regenerator under conditions of variable mass flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* **11**, 1105–1116 (1968).
6. H. HAUSEN, Berechnung der Wärmeübertragung in Regeneratoren bei temperaturabhängigen Stoffwerten und Wärmeübergangszahlen, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, 112–123 (1964).

7. H. HAUSEN, Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom. Springer-Verlag, Berlin und F. J. Bergmann, München (1950).
8. H. HAUSEN, Vervollständigte Berechnung des Wärmeaustausches in Regeneratoren. Z. VDI-Beiheft Verfahrenstechnik Nr. 2, 31–43 (1942).
9. K. RUMMEL, Die Berechnung der Wärmespeicher auf Grund der Wärmedurchgangszahl, *Stahl und Eisen* **48**, 1712–1715 (1928).
10. H. HAUSEN, Über den Wärmeaustausch in Regeneratoren, *Techn. Mechanik Thermodynamik* **1**, 219–224, 250–256 (1930).
11. H. HAUSEN, Feuchtigkeitsablagerung in Regeneratoren, Z. VDI-Beiheft Verfahrenstechnik Nr. 2, 62–67 (1937).
12. A. J. WILLMOTT, The regenerative heat exchanger computer representation, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 997–1014 (1969).
13. D. HANDLEY and P. J. HEGGS, The effect of thermal conductivity of the packing material on transient heat transfer in a fixed bed, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 549–570 (1969).
14. E. Schellmann, Näherungsverfahren zur Berechnung der Wärmeübertragung in symmetrischen und unsymmetrischen Regeneratoren unter Berücksichtigung der Wärmeverluste. Dissertation Hannover (1969), erscheint demnächst in Chemie-Ingenieur-Technik.

CALCULATION OF HEAT TRANSFER IN REGENERATORS UNDER CONDITIONS OF VARIABLE FLOW

Abstract—To provide a blast furnace with air of constant temperature, the air which leaves the Cowper stoves with variable temperature, is mixed with a changing quantity of cold air. The flow variation, which also the air passing the Cowper stove has to undergo, can be calculated by known methods. As these methods are very complicated, there is shown, that said variation of flow and its influence on the exit temperature can easily be determined by transforming the temperature variation at constant flow. An approximate estimation is possible, even if not more than the value of the mean temperature difference between the ingoing hot gas and the outgoing air is given. If before performing the mentioned transformation only the time dependence of the mean stone temperature is known, also the variation of the gas temperature including its rapid change at the beginning of the period can be calculated rather exactly.

CALCUL DU TRANSFERT DE CHALEUR DANS DES RÉGÉNÉRATEURS SOUS LES CONDITIONS D'ÉCOULEMENT VARIABLE

Résumé—Pour alimenter un haut-fourneau avec de l'air à température constante, l'air quittant le Cooper avec une température variable, est mélangé avec une quantité variable d'air froid. La variation de débit que doit aussi subir l'air passant dans le Cooper peut être calculée à l'aide de méthodes connues. Comme ces méthodes sont plutôt compliquées, on montre que, cette variation du débit et son influence sur la température de sortie, peuvent être aisément déterminées en transformant la variation de température à débit constant. Une estimation approchée est possible, même s'il n'est donné que la valeur de la différence de température moyenne entre l'entrée des gaz chauds et la sortie de l'air. Si avant d'établir la transformation mentionnée seule est connue la dépendance par rapport au temps de la température moyenne du cooper, la variation de température des gaz, compte tenu du changement rapide au début de la période, peut aussi être calculée assez correctement.

РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА В РЕГЕНЕРАТОРАХ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Аннотация—Для обеспечения доменной печи воздухом постоянной температуры воздух, выходящий из кауперовых печей с переменной температурой, смешивается с различными количествами холодного воздуха. Изменения в потоке, которые также должны иметь место в воздухе, проходящем через кауперову печь, можно рассчитать известными методами. Так как эти методы довольно сложны, показано, что указанное изменение течения и его влияние на температуру на выходе можно легко определить путем преобразования температурных изменений в постоянном потоке. Приближенная оценка возможна, даже если не задано ничего кроме величин средней разности температур входящего нагретого газа и выходящего воздуха. Если перед началом указанного преобразования известна только временная зависимость средней температуры печи, можно легко и достаточно точно рассчитать также изменение температуры газа, включая быстрое изменение в начальный период.